

一种基于峰度的 QAM 信号盲均衡与 载波相位恢复准则

王大磊¹, 杨 宾¹, 吴 璞¹, 王秀秀²

(1. 信息工程大学信息工程学院, 河南郑州 450002; 2. 西安电子科技大学综合业务网理论与关键技术国家重点实验室, 陕西西安 710071)

摘 要: 该文针对方形正交幅度调制(QAM)信号的盲均衡与载波相位恢复问题, 基于均衡器输出峰度最大化的思想, 利用向量范数性质给出一种新的盲均衡与载波相位恢复方法. 首先通过数学证明给出了代价函数的收敛性定理, 证明了无噪声情况下, 在代价函数的局部最优解处可实现理想均衡, 且能够实现载波相位恢复. 然后, 给出了新算法的四种批数据处理实现方式. 最后通过理论分析和仿真实验说明, 本文方法相比最大化功率的方法对高斯噪声更加鲁棒.

关键词: 盲均衡; 峰度; 相位恢复; 局部收敛; 向量范数

中图分类号: TN911.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)07-1403-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.07.025

A Criterion for Blind Equalization and Carrier-Phase Recovery of QAM Based on Kurtosis

WANG Da-lei¹, YANG Bin¹, WU Ying¹, WANG Xiu-xiu²

(1. Institute of Information System Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450002, China;

2. State Key Lab. of Integrated Service Networks, Xidian Univ., Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: Aiming at blind equalization and carrier-phase recovery of Quadrature Amplitude Modulation (QAM) signal, a new criterion based on kurtosis maximizing and the property of vector norms is proposed in this paper. Based on a formal proof under noiseless condition, we show that a perfect equalization solution and carrier-phase recovery can be obtained at every local optimum of the objective function. Then, four batch implementations of the new algorithm are presented. Finally, through formal proof and computer simulations, we show that the new proposed criterion is more robust to Gaussian noise in comparison to existing methods optimizing the energy.

Key words: blind equalization; kurtosis; carrier-phase recovery; local convergence; vector norm.

1 引言

在数字通信中, 作为克服码间干扰 (Inter-symbol Interference, ISI) 的重要手段, 盲均衡技术受到广泛研究^[1]. 其中, 对正交幅度调制信号 (QAM) 的盲均衡研究方法众多, 此类算法大都基于某种非 MSE 代价函数^[2], 采用随机梯度法求极值, 计算量小, 实现简单. 然而, 由于其代价函数的非凸性而容易收敛至非理想的局部极值点, 导致不能充分消除 ISI.

最近, Chen Meng 等人基于均衡器输出功率最大化的思想, 提出了一种 QAM 信号的盲均衡与载波相位恢复算法 QP-FSE^[2], 证明在无噪声情况下, 代价函数的每个局部最优解均对应理想均衡条件, 并将问题转化为二

次规划, 之后 Abrar S 提出了自适应的求解算法 β MMA^[3]. 由于这两种方法的代价函数是最大化均衡器输出功率, 在信噪比较低时性能下降较大. 而高斯噪声的高阶累积量为 0, 所以利用高阶累积量的算法能够对噪声更加鲁棒, 如 Donoho 算法^[4], CMA 算法^[5], Shalvi-Weinstein 算法 (SW)^[6], Shtrom-Fan 算法 (SFA)^[7], 然而这几类算法均不能纠正载波相位偏移. 基于以上考虑, 本文利用均衡器输出峰度最大化的思想, 结合向量范数性质, 给出一种对加性高斯噪声更加鲁棒的 QAM 信号盲均衡与载波相位恢复准则, 证明了无噪声情况下, 在代价函数的局部最优解处可实现理想均衡, 并采用批数据处理方法实现.

2 新的基于峰度的盲均衡与相位恢复准则

考虑一个实际中应用广泛的分数间隔均衡器基带系统. 发送序列 $\{a_n\}$ 取自一个独立同分布的方形 QAM 星座集, 其实部与虚部的最大值为 γ , 即 $\max |\operatorname{Re}\{a_n\}| = \max |\operatorname{Im}\{a_n\}| = \gamma$. 接收端的过采样率为整数 p , p 个子信道及子均衡器分别表示为 $\{h_k^{(i)}\}$ 和 $\{w_k^{(i)}\}$, $i = 1, \dots, p$, 加性高斯白噪声为 $\{v_k^{(i)}\}$. 假设子信道的最大阶数为 K , 每个子均衡器的阶数为 L . 第 i 个子信道输出为 $x_n^{(i)} = \sum_k h_k^{(i)} a_{n-k} + v_k^{(i)}$, 均衡器输出 $y_n = \mathbf{w}^H \mathbf{x}_n$, 式中, $\mathbf{x}_n = [x_n^{(1)}, \dots, x_{n-L}^{(1)}, \dots, x_n^{(p)}, \dots, x_{n-L}^{(p)}]^T$, $\mathbf{w} = [w_0^{(1)}, \dots, w_L^{(1)}, \dots, w_0^{(p)}, \dots, w_L^{(p)}]^T$. 信道与均衡器的联合冲击响应定义为 $\mathbf{s} = \mathbf{w}^H \mathbf{H}$, \mathbf{H} 为 $(L+1)p \times (L+K+1)$ 维的信道 Toeplitz 矩阵, 是列满秩的. 盲均衡的目标是通过对特定代价函数的优化以降低 ISI, 使得均衡器输出判决后的序列为延迟后的输入序列, 则该代价函数需要能够直接或间接地评估 ISI. 而 ISI 的度量指标是判断信道与均衡器的联合冲击响应 \mathbf{s} 是否趋近于冲击函数, 因此考虑 \mathbf{s} 域的一个四次规划问题:

$$\begin{aligned} \max J(\mathbf{w}) &= \|\mathbf{s}\|_4^4 = \sum_{i=0}^{L+K} |s_i|^4 \\ &= \sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)|^2 + |\operatorname{Im}(s_i)|^2)^2 \\ \text{s.t.} \quad \|\operatorname{Re}(\mathbf{s})\|_1 + \|\operatorname{Im}(\mathbf{s})\|_1 \\ &= \sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)| + |\operatorname{Im}(s_i)|) \leq 1 \end{aligned} \quad (1)$$

该目标函数是 \mathbf{s} 的四次方程, 约束条件是 \mathbf{s} 的分段线性函数, 因此这是一个非凸优化问题. 然而, 该优化问题的解对应理想均衡条件, 下面给出关于该代价函数收敛性的定理.

定理 1 假设 \mathbf{w} 是方程(1)的一个局部极大值解, $\mathbf{s} = \mathbf{w}^H \mathbf{H}$ 为相应的信道与均衡器联合响应, 令 $i, i^\Delta \in \{0, 1, \dots, L+K\}$, 则有且只有下列二式之一成立:

$$(a): |\operatorname{Re}(s_i)| = \delta(i - i^\Delta), \operatorname{Im}(s_i) = 0 \quad (2)$$

$$(b): |\operatorname{Im}(s_i)| = \delta(i - i^\Delta), \operatorname{Re}(s_i) = 0 \quad (3)$$

证明: 方程(1)的求解为一个四次规划问题:

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= \arg \max_{\mathbf{s}} \left[\sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)|^2 + |\operatorname{Im}(s_i)|^2)^2 \right] \\ \text{s.t.} \quad \|\operatorname{Re}(\mathbf{s})\|_1 + \|\operatorname{Im}(\mathbf{s})\|_1 \\ &= \sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)| + |\operatorname{Im}(s_i)|) \leq 1 \end{aligned} \quad (4)$$

首先证明式(2)(3)所确定的 $2(L+K+1)$ 个向量是方程(4)的局部极大值解. 由于:

$$\left(\sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)| + |\operatorname{Im}(s_i)|) \right)^2$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)|^2 + |\operatorname{Im}(s_i)|^2) \\ &+ \sum_{i_1=0}^{L+K} \sum_{i_2=0, i_2 \neq i_1}^{L+K} |\operatorname{Re}(s_{i_1}) \operatorname{Re}(s_{i_2})| \\ &+ \sum_{i_1=0}^{L+K} \sum_{i_2=0, i_2 \neq i_1}^{L+K} |\operatorname{Im}(s_{i_1}) \operatorname{Im}(s_{i_2})| \\ &+ \sum_{i_1=0}^{L+K} \sum_{i_2=0}^{L+K} |\operatorname{Re}(s_{i_1}) \operatorname{Im}(s_{i_2})| \end{aligned} \quad (5)$$

所以有:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)|^2 + |\operatorname{Im}(s_i)|^2) \\ &\leq \left(\sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)| + |\operatorname{Im}(s_i)|) \right)^2 \leq 1 \end{aligned} \quad (6)$$

由于向量 \mathbf{s} 的 l_p 范数 $\|\mathbf{s}\|_p \triangleq \left\{ \sum_i |s_i|^p \right\}^{1/p}$ 有如下性质^[7]: $\|\mathbf{s}\|_p^\zeta \leq \|\mathbf{s}\|_q^\zeta$, 式中, p, q, ζ 为实数, $0 < q < p$, 等式成立的条件是当且仅当 \mathbf{s} 中只有一个元素不为零, 可以得到:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{s}\|_4^4 &\leq \|\mathbf{s}\|_2^4 = \left(\sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)|^2 + |\operatorname{Im}(s_i)|^2) \right)^2 \\ &\leq \left(\sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)| + |\operatorname{Im}(s_i)|) \right)^4 \leq 1 \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)中第一个不等式取等号的条件是当且仅当 \mathbf{s} 中只有一个元素不为零, 第二个不等式中取等号的条件是当且仅当式(5)中的交叉相乘项等于 0, 也就意味着满足式(2)(3)的向量必然是方程(4)的局部极大值解.

下面通过一个反例证明方程(4)的局部极大值解必须满足式(2)(3)所确定的条件. 假设 s^k 为不满足式(2)(3)的一个局部解, 则必然存在 $|s_i^k| \geq |s_{i_2}^k|$, 不失一般性, 假设 $\operatorname{Re}(s_{i_1}^k) \geq \operatorname{Im}(s_{i_2}^k) > \epsilon/\sqrt{2}$.

(注: 对于其他三种情况可做类似分析)

$$\begin{aligned} (a): & 0 > \operatorname{Im}(s_{i_2}^k) \geq \operatorname{Re}(s_{i_1}^k) > -\epsilon/\sqrt{2}, \\ (b): & \operatorname{Re}(s_{i_1}^k) > 0, \operatorname{Im}(s_{i_2}^k) < 0, |\operatorname{Re}(s_{i_1}^k)| \geq |\operatorname{Im}(s_{i_2}^k)| > \epsilon/\sqrt{2}, \\ (c): & \operatorname{Re}(s_{i_1}^k) < 0, \operatorname{Im}(s_{i_2}^k) > 0, |\operatorname{Re}(s_{i_1}^k)| \geq |\operatorname{Im}(s_{i_2}^k)| > \epsilon/\sqrt{2}. \end{aligned}$$

考虑 s^k 的 ϵ 邻域的一个向量 s^c , 其定义如下:

$$\operatorname{Re}(s_{i_1}^c) = \operatorname{Re}(s_{i_1}^k) + \epsilon/\sqrt{2}, \operatorname{Re}(s_{i_2}^c) = \operatorname{Re}(s_{i_2}^k), i \neq i_1$$

$$\operatorname{Im}(s_{i_2}^c) = \operatorname{Im}(s_{i_2}^k) - \epsilon/\sqrt{2}, \operatorname{Im}(s_{i_1}^c) = \operatorname{Im}(s_{i_1}^k), i \neq i_2$$

$$\|\mathbf{s}^c - \mathbf{s}^k\|_2 = \epsilon, \text{ 且 } \mathbf{s}^c \text{ 满足约束条件}$$

$$\|\operatorname{Re}(\mathbf{s}^c)\|_1 + \|\operatorname{Im}(\mathbf{s}^c)\|_1 = \|\operatorname{Re}(\mathbf{s}^k)\|_1 + \|\operatorname{Im}(\mathbf{s}^k)\|_1 \leq 1.$$

然而,

$$\begin{aligned} \|\mathbf{s}^c\|_4^4 - \|\mathbf{s}^k\|_4^4 &= \sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i^c)|^2 + |\operatorname{Im}(s_i^c)|^2)^2 \\ &- \sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i^k)|^2 + |\operatorname{Im}(s_i^k)|^2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\left| \operatorname{Re}(s_1^k) + \varepsilon/\sqrt{2} \right|^2 + \left| \operatorname{Im}(s_1^k) \right|^2 \right) \\
&\quad + \left(\left| \operatorname{Re}(s_2^k) \right|^2 + \left| \operatorname{Im}(s_2^k) - \varepsilon/\sqrt{2} \right|^2 \right) \\
&\quad - \left(\left| \operatorname{Re}(s_1^k) \right|^2 + \left| \operatorname{Im}(s_1^k) \right|^2 \right) \\
&\quad - \left(\left| \operatorname{Re}(s_2^k) \right|^2 + \left| \operatorname{Im}(s_2^k) \right|^2 \right) \\
&= \left(\varepsilon^2/2 + \sqrt{2}\varepsilon \operatorname{Re}(s_1^k) \right)^2 + \left(\varepsilon^2/2 - \sqrt{2}\varepsilon \operatorname{Im}(s_2^k) \right)^2 \\
&\quad + \varepsilon^2 \left(\left| s_1^k \right|^2 + \left| s_2^k \right|^2 \right) \\
&\quad + 2\sqrt{2}\varepsilon \left(\operatorname{Re}(s_1^k) \left| s_1^k \right|^2 - \operatorname{Im}(s_2^k) \left| s_2^k \right|^2 \right) > 0
\end{aligned}$$

也就是说, $\exists \varepsilon > 0, \forall s^c, \|s^c - s^k\|_2 \leq \varepsilon$, 并不能保证 $\|s^k\|_4 \geq \|s^c\|_4$, 因此, s^k 并不是一个局部极大值解. 综上, 满足式(2)(3)的向量必然是方程(4)的局部极大值解, 同时方程(4)的局部极大值解必须满足式(2)(3), 即式(2)(3)是方程(4)局部极大值解的充要条件. 证毕.

该定理说明对代价函数的优化能够使得联合冲击响应趋于冲击函数, 可以实现盲均衡和相位恢复, 恢复的相位会有 $\pi/2$ 的模糊. 该代价函数定义 s 在域, 而 s 不能直接得到, 要想将代价函数应用于盲均衡, 必须将其转换为均衡器输出 $\{y_n\}$ 的函数, 具体可以通过累积量的性质实现. $\{y_n\}$ 与 $\{a_n\}$ 的峰度之间有如下关系^[6]:

$$K(y_n) = K(a_n) \sum_i |s_i|^4 = K(a_n) \|s\|_4^4 \quad (8)$$

其中, $K(y_n) = E\{|y_n|^4\} - 2E^2\{|y_n|^2\} - |E\{y_n^2\}|^2$, $K(a_n) = E\{|a_n|^4\} - 2E^2\{|a_n|^2\} - |E\{a_n^2\}|^2$. 而 $\sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)| + |\operatorname{Im}(s_i)|)$ 与 $\max |\operatorname{Re}\{y_n\}|$ 以及 $\max |\operatorname{Im}\{y_n\}|$ 之间存在如下关系^[2]:

$$\begin{aligned}
\gamma^{-1} \max |\operatorname{Re}\{y_n\}| &= \gamma^{-1} \max \left| \sum_{i=0}^{L+K} [\operatorname{Re}(s_i)\operatorname{Re}(a_{k-i}) - \operatorname{Im}(s_i)\operatorname{Im}(a_{k-i})] \right| \\
&= \sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)| + |\operatorname{Im}(s_i)|) \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma^{-1} \max |\operatorname{Im}\{y_n\}| &= \gamma^{-1} \max \left| \sum_{i=0}^{L+K} [\operatorname{Re}(s_i)\operatorname{Im}(a_{k-i}) + \operatorname{Im}(s_i)\operatorname{Re}(a_{k-i})] \right| \\
&= \sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)| + |\operatorname{Im}(s_i)|) \quad (10)
\end{aligned}$$

将式(8)~(10)代入式(1)中, 得到变量为 $\{y_n\}$ 的代价函数:

$$\begin{aligned}
\max J(\mathbf{w}) &= |K(y_n)| \\
\text{s. t. } \max |\operatorname{Re}\{y_n\}| &\leq \gamma, \max |\operatorname{Im}\{y_n\}| \leq \gamma \quad (11)
\end{aligned}$$

该代价函数的含义除了定理 1 所给出的数学证明外, 还可以看作是均匀分布与正态分布之间偏离程度的一种度量. 因为当大量独立信号样本经过多径信道时, 相当于对独立样点进行线性卷积, 根据中心极限定理, 信道输出信号将趋于高斯分布, 众所周知, 一个零均值高斯分布的三阶以上累积量恒等于零, 而峰度是四阶累积量的特殊切片. 无线通信中使用的数字调制信号大都是峰度小于零的亚高斯信号, 理想均衡后的

样点应该独立均匀分布在星座图点上. 因此最大化峰度就意味着在限定均衡器输出实部与虚部最大值的约束下, 通过使均衡器输出最大程度的“非高斯化”以实现均衡. 我们将式(11)所表示的盲均衡算法命名为 New-KMA (New Kurtosis Maximization Algorithm for Blind Equalization).

3 算法实现

对于该四次规划问题, 本节给出基于批数据处理的实现方式, 并采用随机梯度法更新均衡器系数. 将式(1)的代价函数写成向量相除的形式:

$$\begin{aligned}
\max J(\mathbf{w}) &= \frac{\|s\|_4^4}{(\|\operatorname{Re}(s)\|_1 + \|\operatorname{Im}(s)\|_1)^4} \\
&= \frac{\sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)|^2 + |\operatorname{Im}(s_i)|^2)^2}{\left(\sum_{i=0}^{L+K} (|\operatorname{Re}(s_i)| + |\operatorname{Im}(s_i)|)\right)^4} \quad (12)
\end{aligned}$$

QAM 调制信号的峰度小于零, 即 $K(a_n) < 0$, 则 $K(y_n) = K(a_n) \|s\|_4^4 < 0$, 根据式(8)~(10), 该代价函数可以有以下几种形式:

$$\min J_1(\mathbf{w}) = \frac{K(y_n)}{(\max |\operatorname{Re}\{y_n\}|)^4} \quad (13)$$

$$\min J_2(\mathbf{w}) = \frac{K(y_n)}{(\max |\operatorname{Im}\{y_n\}|)^4} \quad (14)$$

$$\min J_3(\mathbf{w}) = \frac{K(y_n)}{(\max |\operatorname{Re}\{y_n\}|)^4} + \frac{K(y_n)}{(\max |\operatorname{Im}\{y_n\}|)^4} \quad (15)$$

$$\min J_4(\mathbf{w}) = \frac{K(y_n)}{(\max |\operatorname{Re}\{y_n\}| + \max |\operatorname{Im}\{y_n\}|)^4} \quad (16)$$

采用随机梯度法更新均衡器权值:

$$\mathbf{w}^{(k+1)} = \mathbf{w}^{(k)} - u \cdot \nabla_{\mathbf{w}} J \quad (17)$$

下面给出四种梯度的具体形式, 对于 QAM 信号,

$E\{y_n^2\} = E\{a_n^2\} \sum_i s_i^2 = 0$, 则:

$$\begin{aligned}
K(y_n) &= E\{|y_n|^4\} - 2E^2\{|y_n|^2\} - |E\{y_n^2\}|^2 \\
&= E\{|y_n|^4\} - 2E^2\{|y_n|^2\} \quad (18)
\end{aligned}$$

由于 $y_n = \mathbf{w}^H \mathbf{x}_n$, 则有如下关系^[8]:

$$E\{|y_n|^2\} = E[\mathbf{w}^H \mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^H \mathbf{w}] = \mathbf{w}^H E[\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^H] \mathbf{w} = \mathbf{w}^H E[\mathbf{X}_n] \mathbf{w} \quad (19)$$

$$\begin{aligned}
E\{|y_n|^4\} &= E[\mathbf{w}^H \mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^H \mathbf{w}] \\
&= \mathbf{w}^H E[\mathbf{X}_n \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{X}_n] \mathbf{w} = \operatorname{tr}(\mathbf{W} E[\mathbf{X}_n \mathbf{W} \mathbf{X}_n]) \\
&= (\operatorname{vec}(\mathbf{W}^T))^T \operatorname{vec}(E[\mathbf{X}_n \mathbf{W} \mathbf{X}_n]) \\
&= (\operatorname{vec}(\mathbf{W}^T))^T E[\mathbf{X}_n^T \otimes \mathbf{X}_n] \operatorname{vec}(\mathbf{W}) \quad (20)
\end{aligned}$$

式中, \otimes 表示 Kronecker 积, $\operatorname{vec}[\cdot]$ 表示矩阵向量化算子. $\mathbf{W} = \mathbf{w} \mathbf{w}^H$, 相应的梯度为^[9]:

$$\nabla E\{|y_n|^2\} = 2E[\mathbf{X}_n] \mathbf{w} \quad (21)$$

$$\begin{aligned}\nabla E\{|y_n|^4\} &= 4E[\mathbf{X}_n^T \mathbf{W} \mathbf{X}_n] \mathbf{w} \\ &= 4\text{mat}[\text{vec}(E[\mathbf{X}_n \mathbf{W} \mathbf{X}_n])] \mathbf{w} \\ &= 4\text{mat}(E[\mathbf{X}_n^T \otimes \mathbf{X}_n] \text{vec}(\mathbf{W})) \mathbf{w}\end{aligned}\quad (22)$$

$$\nabla \max |\text{Re}\{y_n\}| = 2 \frac{\partial \max |\text{Re}\{y_n\}|}{\partial \mathbf{w}^*} = \frac{y_{R,\max}}{\max |\text{Re}\{y_n\}|} \mathbf{x}_{\max}^R \quad (23)$$

$$\nabla \max |\text{Im}\{y_n\}| = 2 \frac{\partial \max |\text{Im}\{y_n\}|}{\partial \mathbf{w}^*} = -j \frac{y_{I,\max}}{\max |\text{Im}\{y_n\}|} \mathbf{x}_{\max}^I \quad (24)$$

式中, $\text{mat}[\cdot]$ 表示向量矩阵化算子, $y_{R,\max}$ 为 $\max |\text{Re}\{y_n\}|$ 对应的 y_n 的实部, \mathbf{x}_{\max}^R 为相应的均衡器输入向量. $y_{I,\max}$ 为 $\max |\text{Im}\{y_n\}|$ 对应的 y_n 的虚部, \mathbf{x}_{\max}^I 为相应的输入向量. 将式(18)~(24)代入式(13)~(16)中, 得到:

$$\begin{aligned}\nabla_w J_1 &= \frac{\nabla E\{|y_n|^4\} - 4E\{|y_n|^2\} \nabla E\{|y_n|^2\}}{(\max |\text{Re}\{y_n\}|)^4} \\ &\quad - 4 \frac{E\{|y_n|^4\} - 2E^2\{|y_n|^2\}}{(\max |\text{Re}\{y_n\}|)^6} y_{R,\max} \mathbf{x}_{\max}^R\end{aligned}\quad (25)$$

$$\begin{aligned}\nabla_w J_2 &= \frac{\nabla E\{|y_n|^4\} - 4E\{|y_n|^2\} \nabla E\{|y_n|^2\}}{(\max |\text{Im}\{y_n\}|)^4} \\ &\quad + 4j \frac{E\{|y_n|^4\} - 2E^2\{|y_n|^2\}}{(\max |\text{Im}\{y_n\}|)^6} y_{I,\max} \mathbf{x}_{\max}^I\end{aligned}\quad (26)$$

$$\nabla_w J_3 = \nabla_w J_1 + \nabla_w J_2 \quad (27)$$

$$\begin{aligned}\nabla_w J_4 &= \frac{\nabla E\{|y_n|^4\} - 4E\{|y_n|^2\} \nabla E\{|y_n|^2\}}{(\max |\text{Re}\{y_n\}| + \max |\text{Im}\{y_n\}|)^4} \\ &\quad - 4 \frac{E\{|y_n|^4\} - 2E^2\{|y_n|^2\}}{(\max |\text{Re}\{y_n\}| + \max |\text{Im}\{y_n\}|)^5} \\ &\quad \cdot \left(\frac{y_{R,\max}}{\max |\text{Re}\{y_n\}|} \mathbf{x}_{\max}^R - j \frac{y_{I,\max}}{\max |\text{Im}\{y_n\}|} \mathbf{x}_{\max}^I \right)\end{aligned}\quad (28)$$

归纳起来, 批数据处理方法步骤如下:

步骤 1 收集一段长度为 N 的信道输出数据, 计算均衡器输入向量的协方差矩阵的期望 $E[\mathbf{X}_n]$ 以及直积 $E[\mathbf{X}_n^T \otimes \mathbf{X}_n]$, 并初始化均衡器;

步骤 2 计算均衡器输出序列 $\{y_n\}$;

步骤 3 根据式(17)以及式(25)~(28)计算新的均衡器权值, 重复迭代直至收敛.

我们将式(17)分别与式(25)~(28)组成的盲均衡算法依次表示为 New-KMA-1, New-KMA-2, New-KMA-3, New-KMA-4.

许多盲均衡算法大都假设信道是时不变的, 此时信道参数恒定, 算法能够基于足够数量的接收数据进行均衡. 然而由于诸多因素, 信道参数往往会呈现一定的时变性, 对于算法在动态多径信道的性能, 下面进行简要说明. 一个盲均衡器跟踪及均衡信道的能力依赖于动态信道的时变程度, 根据文献[10], 对于动态信道

的时变程度, 有一个粗略的经验公式: $\eta = \frac{\text{Band} \times L_w}{\text{Rate}}$, 式中, Band 为信道的时变带宽, L_w 为均衡器阶数, Rate 为码元速率. 如果该比率 η 小于 0.01, 则该信道可以认为是“慢时变”的, 此时, 均衡器能够跟踪并对信道进行良好均衡, 而随着该比率的上升, 均衡器的性能将随之下降. 其中, 信道的时变带宽可以用多普勒频率大致表示^[10]. 本文算法的性能也受动态多径信道的时变程度所约束.

4 与 Donoho, CMA, SW, SFA 及 QP-FSE 等算法间的关系

本节选取一些同样基于峰度或向量范数的典型算法, 与本文算法进行简要比较. Donoho 算法^[4]的目标函数是最大化 $\frac{E\{|y_n|^4\}}{E^2\{|y_n|^2\}} = \frac{K(a_n)}{E^2\{|a_n|^2\}} \frac{\|\mathbf{s}\|_4^4}{\|\mathbf{s}\|_2^4} + 2$, 因此该算法既可看作在均衡器输出功率的约束下使峰度最大化, 也可看作是利用向量范数的性质, 使 \mathbf{s} 的 4 范数与 2 范数的比值达到最大. SW 算法^[6]在 $E\{|y_n|^2\} = E\{|a_n|^2\}$ 的约束下, 最大化均衡器输出峰度, 其无约束形式是 $J_{\text{SW}} = \|\mathbf{s}\|_4^4 - \|\mathbf{s}\|_2^4 - \alpha(\|\mathbf{s}\|_2^2 - 1)^2$, 当 $\alpha = -\frac{E\{|a_n|^4\}}{K(a_n)}$, $K(a_n) < 0$ 时得到 SW 算法的一个特例 CMA 算法^[5]. SFA 算法^[7]同样基于向量范数性质, 在固定均衡器某一系数或“归一化”的约束下, 使 $\|\mathbf{s}\|_4^4 - \|\mathbf{s}\|_2^4$ 最大化. 以上几种算法的核心思想是利用向量范数性质, 也可看作是在均衡器输出功率的约束下使其峰度最大化. 然而, 以上几种算法均不能纠正相偏.

QP-FSE 算法^[2]在均衡器输出实部与虚部最大值的约束下, 最大化输出功率, 实际上是对 \mathbf{s} 实部与虚部的 1 范数之和进行约束, 再最大化 \mathbf{s} 的 2 范数. 自适应算法 βMMA ^[3]的目标函数及约束条件与 QP-FSE 算法一致, 只是在求解时通过拉格朗日乘子法, 将约束条件引入目标函数, 并结合 Bussgang 特性转换为自适应迭代法. 相比以上最大化功率的方法, 本文最大化峰度的方法对高斯噪声更加鲁棒, 原因是: 对均衡输出功率最大化等价于对 \mathbf{s} 的 2 范数最大化.

$$J_{\text{QP-FSE}} = E\{|y_n|^2\} = E\{|a_n|^2\} \|\mathbf{s}\|_2^2 + E\{|v_n|^2\} \|\mathbf{w}\|_2^2 \quad (29)$$

只有在较高信噪比下, 上式第二项才可忽略. 而本文算法在有噪声情况下, 式(8)修正为:

$$K(y_n) = K(a_n) \|\mathbf{s}\|_4^4 + K(v_n) \|\mathbf{w}\|_4^4 \quad (30)$$

由于高斯分布的峰度为 0, 即 $K(v_n) = 0$, 而方差 $E\{|v_n|^2\} \neq 0$, 因此用 $K(y_n)/K(a_n)$ 表示 s_4^4 相比用 $E\{|y_n|^2\}/E\{|a_n|^2\}$ 表示 $\|\mathbf{s}\|_2^2$ 更加准确. 所以在加性高

斯噪声信道环境中,在相同的约束条件下,本文方法相比最大化功率的方法能够对高斯噪声更加鲁棒。

5 仿真与分析

5.1 算法有效性的验证

仿真 1 首先对本文算法的有效性进行测试,信道采用文献[2]中图 2 所示的复信道.发送信号采用 16QAM 调制的独立同分布信号源,符号数 600 个,信噪比 30dB,在接收端进行 2 倍过采样,子均衡器设置为 15 阶,初始化为第一个子均衡器的中心系数为 1,其他系数为 0.图 1(a)为 CMA 的输出结果,四种 New-KMA 算法的输出结果如图 1(b)中(b1)~(b4)所示。

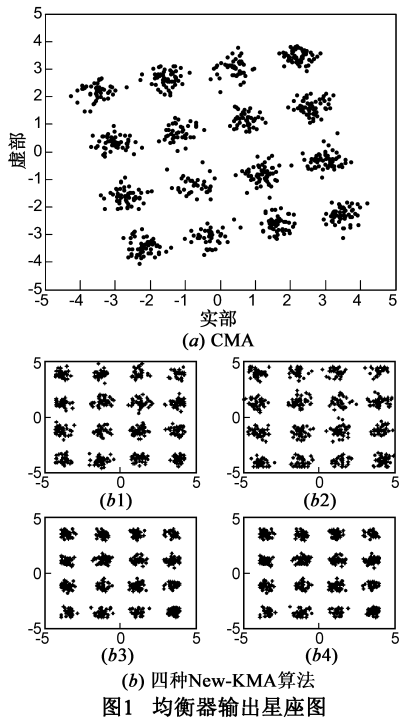


图1 均衡器输出星座图

可以看出,相比于不能纠正相偏的 CMA 算法,本文算法可以实现盲均衡与载波相位恢复.而四种实现方法中,由于 New-KMA-3, New-KMA-4 是 New-KMA-1 和 New-KMA-2 算法的综合,因此输出星座点更加聚敛,在以下的仿真中,我们以 New-KMA-3 算法作为比较对象。

为观察本文算法在动态多径信道下的性能,做如下仿真。

仿真 2 在该仿真中,我们采用欧洲 COST 207 标准中的典型城区 6 径动态信道模型^[11].输入为 600 点的 16QAM 信号,信噪比 30dB,过采样率为 4,子均衡器设置为 7 阶,初始化为第二个子均衡器的中心系数设置为 1,其他系数为 0.首先,将码元速率设置为 350k 波特/秒,最大多普勒频率 100Hz,此时根据信道时变程度的经验公式,比率 η 约为 0.008,信道可认为是慢时变的,

New-KMA-3 算法的均衡输出结果如图 2(a)所示.然后,将码元速率设置为 185k 波特/秒,最大多普勒频率 100Hz,此时比率 η 约为 0.015,信道的动态变化较快,均衡输出结果如图 2(b)所示.可以看出,New-KMA-3 算法的性能受信道时变程度的制约,当信道缓慢变化时,能够较好地对信道进行均衡,而当信道时变程度较大时,算法性能下降。

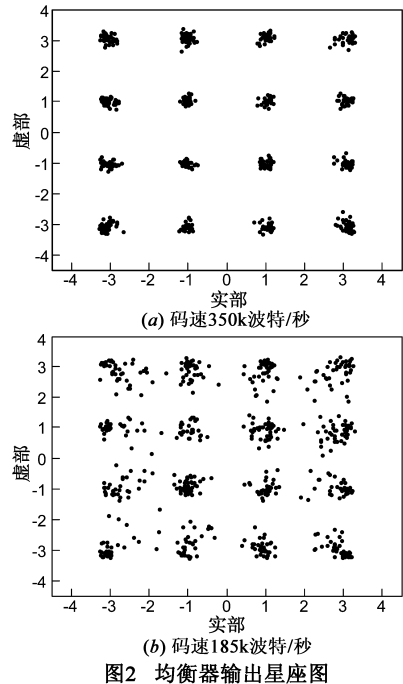


图2 均衡器输出星座图

5.2 与峰度最大化算法的性能对比

本节以剩余 ISI 为指标,将本文算法与 Donoho, CMA, SW 及 SFA 算法进行对比,由于本文算法是采用批数据处理方法实现的,因此我们与同样采用批数据处理方法实现的 Donoho 算法(文献[9]中方程 19),CMA (文献[9]中方程 17),SW(文献[9]中方程 18)及 SFA 算法(文献[7]中方程 4.7)进行比较.其中,设置 SW 算法的参数 $\alpha = 10$,SFA 算法中采用均衡器某一系数固定为 1 的约束条件。

仿真 3 信道采用一个良好的语音通话信道^[12],其脉冲响应为 $\{h_n\} = [0.04 \ -0.05 \ 0.07 \ -0.21 \ -0.5 \ 0.72 \ 0.36 \ 0.21 \ 0.03 \ 0.07]$.输入为方形 QAM 信号,符号数 800 个,信噪比 30dB,在接收端进行 2 倍过采样,子均衡器设置为 15 阶,初始化为第一个子均衡器的中心系数为 1,其他系数为 0.发送信号为 4QAM、16QAM 时的剩余 ISI 曲线如图 3 所示。

从图 3 可以看出,发送信号为 4QAM 时,新算法 New-KMA-3 收敛后的剩余 ISI 小于 SFA 算法,与 SW 算法趋于一致,略大于 Donoho、CMA 算法.而对于高阶的 16QAM 信号,新算法的剩余 ISI 要小于以上几种算法。

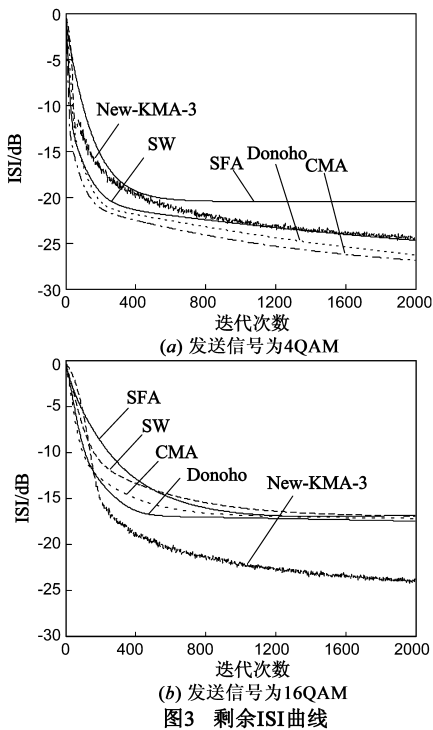


图3 剩余ISI曲线

其原因是: Donoho, CMA, SW 及 SFA 算法均利用向量 s 的 4 范数和 2 范数间的关系构造代价函数, 因此它们的收敛性能相差并不大. 以 Donoho 算法为例, 根据式 (7), $\|s\|_4^4 \leq \|s\|_2^4 \leq (\|Re(s)\|_1 + \|Im(s)\|_1)^4 \leq 1$, 所以, 本文算法代价函数式 (12) 的分子与 Donoho 算法的分子尽管同为 $\|s\|_4^4$, 但分母更大, 从而使得新算法的代价函数曲面在极值点附近更加“尖锐”, 相比之下, Donoho 算法的代价函数曲面在极值点附近比较“平坦”, 因此, 新算法有可能更快, 更容易收敛至极值点.

另一方面, 也可做如下一种解释: Donoho, CMA, SW 及 SFA 算法均可看作在均衡器输出峰度一定时, 最小化平均功率; 而本文算法可看作在峰度一定时, 最小化均衡器输出实部与虚部的最大值. 当算法收敛时, 对实部及虚部最大值的约束将使得均衡器的所有输出落入一个“方形轮廓”内, 而对平均功率的约束意味着输出的二阶统计量最小化, 并不能保证所有输出样点收敛至发送信号点. 因此相比之下, 本文算法的约束条件更加“严格”. 4QAM 为恒模信号, 对输出二阶统计量的约束与对实部及虚部最大值约束的效果相差不大, 此时本文算法与以上几种算法的性能相近; 而对于多模的高阶 16QAM 信号, 由于本文算法的约束条件更加“严格”, 在相同的仿真条件下更容易收敛至极值点, 从而使得剩余 ISI 更小.

5.3 与功率最大化算法的性能对比

由于载波相位的恢复程度会影响误码率 (Symbol Error Rate, SER) 及归一化均方误差 (Normalized Mean-Square Error, NMSE), 因此本节通过 SER 及 NMSE 两个评

价指标来对比 New-KMA-3 算法与 QP-FSE, β MMA 算法的性能. 其中, NMSE 定义为^[13,14]:

$$NMSE = E[|a(n-d) - \hat{a}(n)|^2] / E[|a(n-d)|^2] \quad (31)$$

式中, $\hat{a}(n)$ 为均衡器输出, 是发送符号 $a(n-d)$ 的估计, d 为时延.

仿真 4 发送信号, 信道类型, 以及均衡器参数的设置与仿真 1 一致. QP-FSE 及 New-KMA-3 两种均衡器输出的 NMSE 和 SER 随信噪比变化曲线如图 4 所示, 曲线为 200 次实验的平均. 可以看出, 相比 QP-FSE 算法, New-KMA-3 算法对高斯噪声的鲁棒性更强.

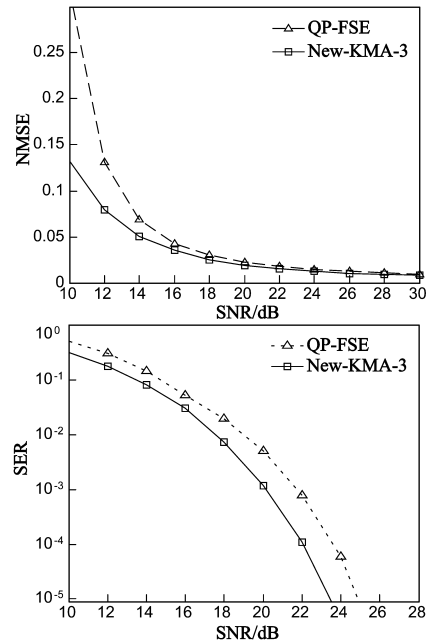


图4 归一化均方误差及误码率曲线

仿真 5 信道采用仿真 3 中所用的语音信道. 对于 New-KMA-3 算法, 输入为 800 点的 16QAM 信号, 对于 β MMA 算法, 选择合适的步长使其经 10000 次迭代后收敛, 子均衡器设置为 15 阶, 初始化为第一个子均衡器的中心系数为 1, 其他系数为 0, 过采样率为 2. 图 5 为两种算法收敛后的 NMSE 和 SER 随信噪比变化曲线, 曲线为 200 次实验的平均.

从图 5 中可以看出, 新算法 New-KMA-3 的性能要远好于 β MMA 算法, 这是因为 New-KMA-3 采用的是批数据处理方法, 稳态误差小, 而 β MMA 算法的参数是根据 Bussgang 特性得到的, 只反映了发送信号的部分统计特征, 稳态误差大.

6 结束语

本文基于峰度最大化思想, 利用向量范数性质建立了一种新的适合方形 QAM 信号的盲均衡与载波相位

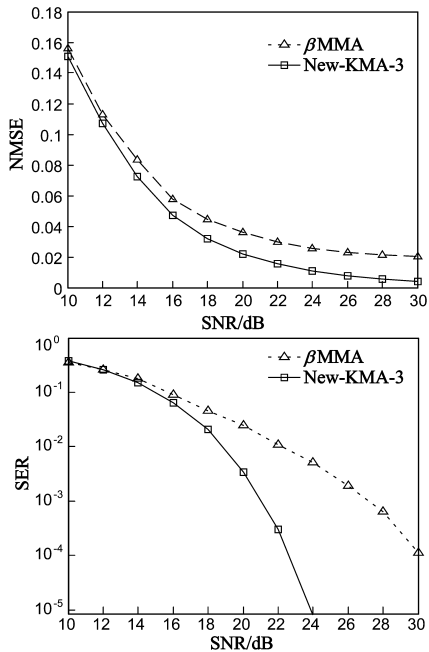


图5 归一化均方误差及误码率曲线

恢复准则,并给出了代价函数的收敛性定理,证明了无噪声情况下,在代价函数的局部最优解处可实现理想均衡,且能够纠正相位偏移。然后,给出了四种批数据处理实现方法。最后通过理论分析和仿真实验说明,本文方法相比文献[2]和[3]中最大化功率的方法对高斯噪声更加鲁棒。本文方法是对基于峰度和向量范数性质的盲均衡算法的一个补充和发展。

参考文献

- [1] 阮秀凯,张志涌.一种复杂星座信号的盲均衡新方法[J].电子学报,2011,39(7):1502-1507.
Ruan Xiu-kai, Zhang Zhi-yong. A novel blind equalization method of complex constellation signals[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(7):1502-1507. (in Chinese)
- [2] Chen M, Tuqan J, Ding Z. A quadratic programming approach to blind equalization and signal separation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(6):2232-2244.
- [3] Abrar S, Nandi A K. Adaptive minimum entropy equalization algorithm[J]. IEEE Communications Letters, 2010, 14(10):966-968.
- [4] Donoho D L. On Minimum Entropy Deconvolution[M]. Applied Time Series Analysis II. New York: Academic Press, 1981. 565-608.
- [5] Godard D N. Self-recovering equalization and carrier tracking in two dimensional data communication systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 1980, 28(11):1867-1875.
- [6] Shalvi O, Weinstein E. New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems (channels)[J]. IEEE Transactions

on Information Theory, 1990, 36(2):312-321.

- [7] Shtrom V, Fan H. New class of zero-forcing cost functions in blind equalization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(10):2674-2683.
- [8] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2004. 112-113.
- [9] Han H D, Ding Z. Steepest descent algorithm implementation for multichannel blind signal recovery[J]. IET Communication, 2012, 18(6):3196-3203.
- [10] Falconer D. History of equalization 1860-1980[J]. IEEE Communications Magazine, 2011, 49(10):42-50.
- [11] COST 207. Digital Land Mobile Radio Communications[R]. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities, 1989. 141-146.
- [12] Proakis J G. 数字通信(英文版)[M]. 北京:电子工业出版社, 2006. 631.
- [13] Tugnait J K, Weilin Luo. Blind identification of time-varying channels using multistep linear predictors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(6):1739-1749.
- [14] Abrar S, Zerguine A, Deriche M. Soft constraint satisfaction multimodulus blind equalization algorithms[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(9):637-640.

作者简介



王大磊 男,1984年生于河南开封.信息工程大学博士研究生,研究方向为盲信号处理、信道盲均衡。

E-mail: daleipla@163.com



杨宾 男,1974年生于江西南昌.信息工程大学副教授,研究方向为盲信号处理、阵列信号处理。

吴瑛 女,1960年生于河南郑州.信息工程大学教授、博士生导师.研究方向为阵列信号处理。

王秀秀 女,1986年生于山东临沂.西安电子科技大学博士研究生,研究方向为信息安全。